

## Обобщенные Модели, Энергетические Характеристики И Параметры Пассивных Нелинейных Элементов Электрических Цепей И Систем

**Б. А. Абдуллаев, Р. Ж. Сейтимбетов, Р. К. Кенесбаев**

**Abstract:** В статье рассматриваются обобщенные модели, динамические характеристики и параметры пассивных нелинейных элементов электроэнергетических систем. На основе обобщенной модели нелинейной индуктивности рассматривается методика определения её эквивалентных параметров, в частности, электромагнитной ёмкости, индуктивности рассеивания и активного сопротивления в аналитической форме.

Пассивные нелинейные элементы – нелинейная индуктивность  $L(i)$ , нелинейная ёмкость  $C(u)$  и нелинейное резистивное сопротивление  $R(i)$  широко применяются в энергосберегающих электроэнергетических системах.

В частности, использованию этих элементов в современных системах вторичных источников электропитания повышенной частоты придается повышенный интерес. Поэтому создание их обобщенных моделей в широком диапазоне изменения частоты источника питания и методика определения их эквивалентных параметров имеет теоретическое и практическое значения.

В связи с этим, в данной работе приводится методика анализа обобщенных моделей, характеристик и эквивалентных параметров пассивных нелинейных элементов (НЭ) (табл. 1).

Рассмотрим методику определения эквивалентных параметров пассивных НЭ на основе обобщенной модели нелинейной индуктивности.

Известно, что зависимость магнитной индукции  $b$  от напряженности поля  $h$  при быстрых изменениях поля, когда существенное влияние оказывают не только поверхностный эффект, но и динамические свойства вещества, может быть выражена дифференциальным уравнением [1]:

$$b = F_1 \left( h, \frac{dh}{dt}, \dots, \frac{db}{dt}, \frac{d^2b}{dt^2}, \dots \right). \quad (1)$$

На практике часто пользуются зависимостью тока  $i$  от потокосцепления  $\psi$  в нелинейной индуктивности (НИ). При этом, если не учитывать производные высшего порядка, то формула (1) примет следующий вид [2]:

$$i = F_2 \left( \psi, \psi^n; \frac{d\psi}{dt}, \frac{d^2\psi}{dt^2} \dots \right) \quad (2)$$

Уравнение (2) в общем случае описывает схему замещения НИ, которая является ее обобщенной моделью (рис.1)

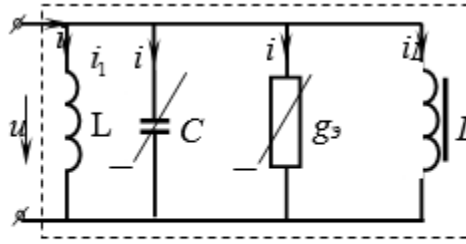


Рис. 1. Обобщенная модель нелинейной индуктивности

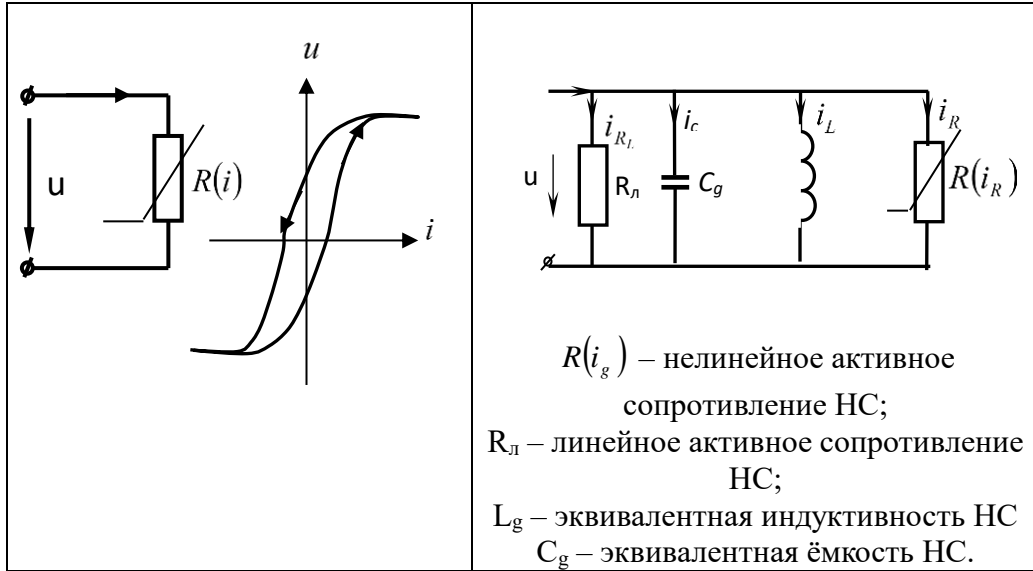
Если допустим, что эквивалентные параметры  $L_s$ ,  $C_3$  и  $g_3$  в этой схеме постоянны, то получим

$$i = C_3 \frac{d^2 \psi}{dt^2} + g_3 \frac{d\psi}{dt} + a\psi + b\psi^n + \frac{\psi}{L_s}; \quad (3)$$

где  $i_L = b\psi^n$  — аппроксимация вебер-амперной характеристики НИ, полученная на основе кривой намагничивания  $B = f(H)$ ,  $C_3$  — эквивалентная электромагнитная ёмкость НИ,  $g_3 = 1/R_3$  - эквивалентная активная проводимость НИ;  $L_s$  — индуктивность рассеивания НИ.

Таблица 1. Обобщенные модели и характеристики пассивных НЭ

Пассивные НЭ и их динамические характеристики	Обобщенные модели пассивных НЭ и их параметры
<p>Нелинейная индуктивность (НИ)</p>	<p><math>\mu(i_L)</math> - магнитная проницаемость ферромагнитного материала [5];  <math>R_3</math> - эквивалентное резистивное сопротивление НИ;  <math>C_3</math> - эквивалентная электромагнитная ёмкость НИ  <math>L_s</math> - индуктивность рассеивания</p>
<p>Нелинейная ёмкость (НЁ)</p>	<p><math>\varepsilon(u)</math> - диэлектрическая проницаемость [5] диэлектрика;  <math>R_c</math> - эквивалентное резистивное сопротивление НЁ;  <math>L_c</math> - эквивалентная индуктивность НЁ  <math>C_c</math> - линейная ёмкость НЁ.</p>
<p>Нелинейное резистивное сопротивление (НС)</p>	<p>∅</p>



Допустим, что напряжение на индуктивности описывается уравнением  $u = U_m \cos \omega t$ . Тогда

$$\begin{cases} i_1 = \frac{\psi}{L_S} = a\psi; \text{ где } a = \frac{1}{L_S}; \\ \psi = \frac{U_m}{\omega} \sin \omega t = \Psi_m \sin \omega t; \\ i_c = C_g \frac{d^2\psi}{dt^2} = -\omega^2 C_g \Psi_m \sin \omega t = -I_{cm} \sin \omega t; \\ i_g = \frac{1}{R_g} \cdot \frac{d\psi}{dt} = \frac{\Psi_m \omega}{R_g} \cos \omega t = I_{gm} \cos \omega t. \end{cases} \quad (4)$$

Из (4) с учетом принятой аппроксимации следует:

$$\begin{cases} i_c = -\frac{I_{cm}}{\Psi_m} \psi; \\ i_g = \pm \frac{I_{gm}}{\Psi_m} \sqrt{\Psi_m^2 - \psi^2}; \\ i_L' = a\psi + b\psi^n, \end{cases} \quad (5)$$

где  $i_L' = i_1 + i_L$ .

На основе системы (5) можно построить динамическую характеристику НИ, которая представляет собой ее петлю гистерезиса (рис. 2) [3]:

Из системы (4) также имеем

$$i = \left( a - \frac{I_{cm}}{\Psi_m} \right) \psi + b\psi^n \pm \frac{I_{gm}}{\Psi_m} \sqrt{\Psi_m^2 - \psi^2} \quad (6)$$

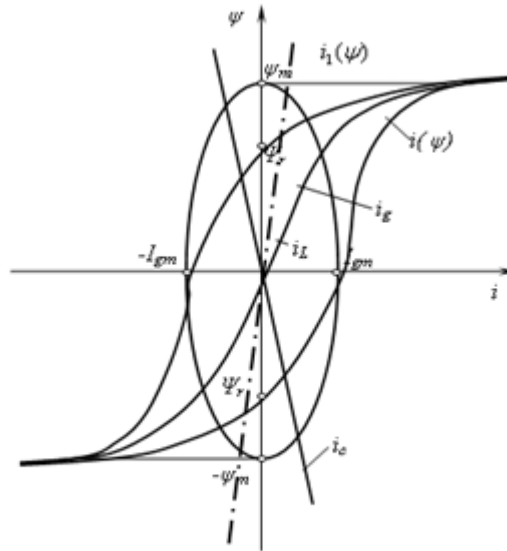


Рис. 2. Динамическая петля гистерезиса нелинейной индуктивности

Значение тока  $I_{gm}$  определяется динамической коэрцитивной силой магнитного материала. Как известно, динамическая коэрцитивная сила  $H_{cd}$  сердечника, когда индукция изменяется по синусоидальному закону, равна

$$H_{cd} = H_c + 0,125\omega\sigma d^2 B_s \sqrt{2\varepsilon - 1}, \quad (7)$$

где  $B_s$  - индукция насыщения;

$H_c$  - коэрцитивная сила;

$d$  - толщина магнитного материала;

$\varepsilon$  - удельная электропроводность магнитного материала;

$\sigma = \frac{B_m}{B_s}$  - коэффициент модуляции сердечника.

Если учесть, что

$$\frac{U}{R} = \frac{H_{cd}l}{w} = \frac{l}{w} (H_c + 0,125\omega\sigma d^2 B_s \sqrt{2\varepsilon - 1}), \quad (8)$$

то имеем

$$R_{\text{э}} = \frac{\omega w^2 S B}{l (H_c + 0,125\omega\sigma d^2 B_s \sqrt{2\varepsilon - 1})} \quad (9)$$

где  $w$  — число витков обмотки;

$l$  — средняя длина магнитопровода.

Величину эквивалентной электромагнитной емкости можно вычислить из следующего условия.

$$\text{Если } \psi_r = \Psi_r = w S B_r, \quad (10)$$

то

$$i = 0 \Rightarrow i_L + i_C + i_g = 0, \quad (11)$$

где  $B_r$  - остаточная магнитная индукция.

Тогда из (6) получим

$$C_{\mathcal{E}} = \frac{a\psi_r + b\psi_r^n - \frac{\omega}{R_{\mathcal{E}}} \sqrt{\Psi_m^2 - \Psi_r^2}}{\omega^2 \Psi_r} \quad (12)$$

$$L_s = \frac{\psi_r}{\frac{1}{\psi_m} \left( I_{cm} \psi_r + I_{gm} \sqrt{\psi_m^2 - \psi_r^2} \right) - b\psi_r^n} \quad (13)$$

Таким образом, согласно (10), (13) и (14) параметры  $R_{\mathcal{E}}$ ,  $C_{\mathcal{E}}$  и  $L_s$  НИ зависят от многих факторов.

Можно убедиться, что параметры НИ зависят не только от электрических и геометрических параметров НИ, но и от её магнитных параметров.

Эквивалентная электромагнитная емкость, определенная по предложенной методике практически совпадает с экспериментальными данными (рис. 3).

Определим выражение для мгновенных значений тока, мощности и других величин.

Если учесть, что  $\psi = \psi_m \sin \omega t$ , то для тока в восходящей ветви петли гистерезиса будет иметь место следующее выражение:

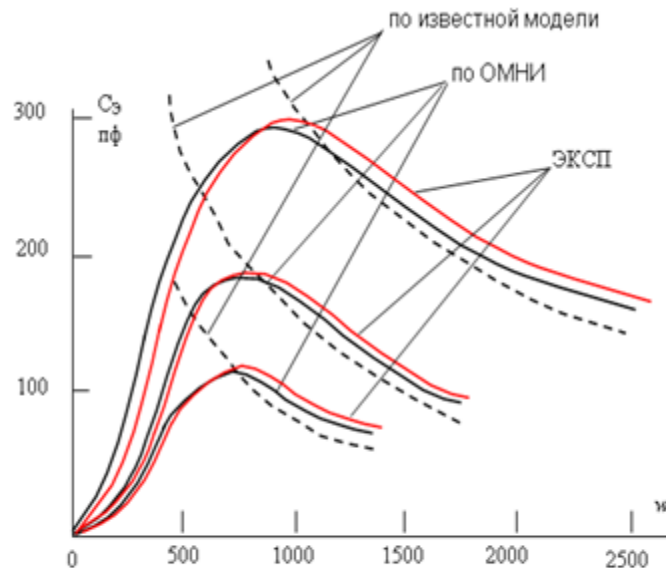


Рис. 3. Экспериментальные зависимости эквивалентной емкости НИ от числа витков

$$i = I_{1m} \sin(\omega t + \alpha) - \frac{b}{4} \Psi_m^n \sin 3\omega t; \quad (14)$$

где:

$$I_{1m} = \sqrt{\left( a\Psi_m + \frac{3}{4}b\Psi_m^n - I_{cm} \right)^2 + I_{gm}^2}; \quad (15)$$

$$\alpha = \arctg \frac{I_{gm}}{a\Psi_m + \frac{3}{4}b\Psi_m^n - I_{cm}}. \quad (16)$$

Если учесть, что мгновенная мощность в НИ равна:

$$P = U_m I_{1m} \cos \omega t \sin(\omega t + \alpha) - \frac{b}{4} U_m \Psi_m^n \cos \omega t \sin 3\omega t; \quad (17)$$

то активная мощность в ней определяется из следующего выражения:

$$P = U^2 \sqrt{\left(\frac{a}{\omega} + \frac{3b}{2\omega^3} U^2 - C_3 \omega\right)^2 + \frac{1}{R_3^2}} \cdot \sin \alpha. \quad (18)$$

Если учесть (16), то (18) примет то следующий вид,

$$P = U^2 Y(\omega) \sin \arctg \frac{I_{gm}}{a\Psi_m + \frac{3}{4}b\Psi_m^n - I_{cm}}, \quad (19)$$

где

$$Y(\omega) = \sqrt{\left(\frac{a}{\omega} + \frac{3b}{2\omega^3} U^2 - C_3 \omega\right)^2 + \frac{1}{R_3^2}}. \quad (20)$$

$$I_{gm} = \frac{U_m}{R}; \quad I_{cm} = \omega C_3 U_m. \quad (21)$$

Тогда с учетом (9) и других последних обозначений для потерь в НИ получим:

$$P = U^2 Y(\omega) \sin \arctg \frac{U_m}{R_3} \cdot \left(\frac{aU_m}{\omega} + \frac{3bU_m^n}{4\omega^3} - \omega C_3 U_m\right) \quad (22)$$

Из (20) следует, что

$$P = U^2 Y(\omega) \sin \arctg \frac{1}{R_3} \cdot \left(\frac{a}{\omega} + \frac{3bU_m^2}{4\omega^3} - \omega C_3\right) \quad (23)$$

Если учесть, что  $b = K\omega^3$ ;  $a = \frac{1}{L_l}$ , то из (23) получим

$$P = \frac{w^2 S^2 \omega^2 B_m^2}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\omega L_l} + \frac{3}{2}KU^2 - C_3 \omega\right)^2 + \frac{1}{R_3^2}} \times \sin \arctg \frac{1}{R_3} \cdot \left(\frac{1}{L_l \omega} + \frac{3}{2}KU^2 - \omega C_3\right) \quad (24)$$

При условии  $\frac{1}{L_l \omega} + \frac{3}{2}KU^2 - \omega C_3 = 0$  то получим:

$$P = \frac{w^2 S^2 \omega^2 B_m^2}{2} \cdot \frac{1}{R_3} = 2\pi^2 w^2 S^2 f^2 \sigma B_m^2, \quad (25)$$

где  $\sigma = \frac{1}{R_3}$  - удельная электропроводимость.

Выражение (24) отличается достаточно высокой точностью по сравнению с известными формулами расчета потерь в дросселях и трансформаторах [4]. Это выражение позволяет определить потери в нелинейной индуктивности без дополнительных поправочных коэффициентов в широком диапазоне изменения частоты и действующего значения напряжения.

Таким образом, предложенные обобщенные модели пассивных нелинейных элементов (индуктивности, емкости и сопротивления) позволяют, аналитически описывать их нелинейные вебер-амперную, кулоно-вольтную и вольт-амперную характеристики в базисе мгновенных величин и определить их эквивалентные параметры достаточно высокой точностью по сравнению известными моделями.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев Б.А., Алимов А.А. Источники вторичного электропитания с улучшенными энергосберегающими свойствами // Тезисы докладов международной научно-

технической и практической конференции // Проблемы энерго- и ресурсосбережения - Т., 2003. – с. 98-101.

2. Абдуллаев Б.А. Индуктивность рассеивания в обобщенной модели нелинейное индуктивности // Сборник научных статей республиканской научно-технической конференции // Современные проблемы энергетики и использование возобновляемых источников энергии. – Т. : 2010.-с.22-24.
3. В.А. Abdullaev, А.А. Alimov, D.A. Xalmanov. To the problem of the calculation capacity of the nonlinear inductance // Seventh World Conference on Intelligent Systems for Industrial Autamation // - Tashkent.: 2012. – с. 112-115.
4. Филиппов Е. Нелинейная электротехника // М.: Энергия, 1968.-с.502.
5. G.N. Mustafakulova, R.J. Seitimbetov, R.K.Kenesbayev, R.O.Sadikov, Q.A. Shoydiev, B.K. Otepbergenov “Investigation of the Physical Properties of Insulating Paper Used in the Cable Industry” TELEMATIQUE 2023, 6 (1272)