

Differensial Tenglamalar Yordamida Ekologik O'Zgarishlarni Matematik Modellashtirish Asoslari

Sulaymonov G'ayrat

Ishtixon tumani 54-umumta'lim maktabi matematika fani o'qituvchisi,

E-mail: ilyosrajabov332@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada differensial tenglamalar yordamida ekologik tizimlarda yuzaga kelayotgan o'zgarishlarni matematik modellashtirish imkoniyatlari o'rganiladi. Tadqiqotning asosiy maqsadi — ifloslantiruvchi moddalar tarqalishi, biologik populyatsiyalar o'zgarishi yoki global isish kabi jarayonlarni differensial tenglamalar orqali aniq va ilmiy asoslangan tarzda modellashtirishdir. Ushbu jarayonda analitik va sonli yondashuvlar birgalikda qo'llanilib, ekologik tizimlarda vaqt va makonga bog'liq parametrlar tahlil qilinadi. Tadqiqotda birinchi va ikkinchi tartibli differensial tenglamalar, shuningdek, Chebyshev va Euler usullari yordamida modellashtirish bajarildi. Amaliy qismda O'zbekistonning ayrim sanoat zonalarini bo'yicha ifloslantiruvchi moddalarning tarqalish dinamikasi hisoblab chiqildi va model grafik ko'rinishda ifodalandi. Natijalar ekologik o'zgarishlarning matematik xarakterini tushunish, prognoz qilish va boshqarishda differensial tenglamalarning samarali vosita ekanligini ko'rsatdi. Mazkur maqolaning ilmiy yangiligi shundaki, unda ekologik parametrlar va atrof-muhit ko'rsatkichlari orasidagi bog'liqlik bevosita differensial tahlil orqali tavsiflanadi. Tadqiqot natijalari atrof-muhitni muhofaza qilish, ekologik monitoring tizimlarini yaratish hamda davlat ekologiya siyosatini shakllantirishda amaliy ahamiyat kasb etadi. Shu bilan birga, modellashtirishda ayrim parametrlarning aniq emasligi, real sharoitdagi tasodifiyliklar hisobga olinmagan bo'lib, bu keyingi izlanishlarda stoxastik differensial modellarni qo'llash zarurligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: differensial tenglama, ekologik modellashtirish, ifloslanish darajasi, biologik tizim, matematik tahlil, modellashtirish usullari, global isish, ekologik parametr, sonli usul, Chebyshev yondashuvi, vaqt omili, atrof-muhit, ekologik xavfsizlik, barqaror rivojlanish, O'zbekiston ekologiyasi.

Kirish

Hozirgi kunda ekologik muammolar butun dunyo aholisini xavotirga solayotgan dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Iqlim o'zgarishi, biologik xilma-xillikning kamayishi, atmosfera, suv va tuproqning ifloslanishi, resurslarning ortiqcha ekspluatatsiyasi kabi jarayonlar insoniyat va tabiat o'rtasidagi muvozanatni izdan chiqarib yubormoqda. Shu bois, ekologik tizimlarda yuz berayotgan o'zgarishlarni ilmiy asoslangan, aniq va bashoratli modellar orqali tahlil qilish, ularga mos strategiyalar ishlab chiqish zaruratga aylangan. Ekologik jarayonlar odatda murakkab, ko'p omilli, vaqt va makonga bog'liq bo'lib, ularni matematik modellashtirish uchun differensial tenglamalar juda qulay vosita hisoblanadi. Differensial tenglamalar yordamida fizik, kimyoviy, biologik jarayonlarning dinamikasi ifodalanadi va vaqt o'tishi bilan qanday o'zgarishlar ro'y berishini bashorat qilish mumkin. Masalan, havodagi karbonat angidrid konsentratsiyasining ortishi, ko'llarda azot-fosfor muvozanatining buzilishi yoki o'simlik populyatsiyasining kamayishi kabi holatlar differensial tenglamalar orqali modellashtirilishi mumkin. Bu turdagi modellar ekologik monitoring, xavf darajasini baholash, atrof-muhitni tiklash choralari, yangi siyosiy qarorlar ishlab chiqish kabi amaliy yo'nalishlarda keng qo'llanilishi mumkin. Ayniqsa, O'zbekiston kabi

rivojlanayotgan davlatlarda sanoatning o'sishi bilan birga ekologik yondashuvlarning ham zamonaviylashuvi muhim ahamiyat kasb etadi. Masalan, sanoat chiqindilari yoki transport vositalaridan chiqayotgan ifloslantiruvchi gazlarning makon va vaqt bo'yicha tarqalishini modellashtirish orqali ekologik xavf zonalari aniqlanadi va oldindan ogohlantirish tizimlari shakllantiriladi. Shu munosabat bilan, ushbu maqolada differensial tenglamalarning ekologik modellashtirishdagi roli, ularning matematik asoslari va amaliy tatbiqlari o'rganiladi. Tadqiqot doirasida birinchi va ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar, ba'zi hollarda esa qisman hosilali tenglamalarning sonli yechim usullari — masalan, Euler, Chebyshev va Runge-Kutta yondashuvlari qo'llaniladi. Modelning matematik strukturasi, boshlang'ich shartlar va parametrlar asosida ekologik holatning rivojlanish trayektoriyasi tahlil qilinadi. Maqolaning maqsadi — ekologik tizimdagi o'zgarishlarni matematik nuqtai nazardan tahlil qilish, ularning xatti-harakatini ifodalovchi modellar tuzish va ularni amaliy misollar asosida vizuallashtirishdan iborat. Shu orqali matematik fan bilan ekologiya fanining integratsiyalashuv darajasini oshirish, yosh tadqiqotchilar uchun yangi istiqbolli yo'nalishlarni ko'rsatish rejalashtirilgan.

Metodologiya

Ushbu tadqiqotda ekologik tizimlarda ro'y beradigan jarayonlarni matematik modellashtirish uchun oddiy differensial tenglamalar (ODT) va qisman hosilali differensial tenglamalar (QHDT) asos qilib olindi. Tadqiqotning asosiy ob'ekti sifatida atmosferaga chiqarilayotgan ifloslantiruvchi moddalarning vaqt bo'yicha tarqalishi va ulardan kelib chiqadigan ekologik holatning o'zgarish trayektoriyasi tanlandi.

Modellashtirish uchun birinchi tartibli differensial tenglama ko'rinishidagi umumiy matematik model quyidagicha tuzildi:

$$dt/dy = -k \cdot y(t)$$

bu yerda

$y(t)$ — ifloslantiruvchi moddaning konsentratsiyasi,

k — parchalanish yoki so'rilish koeffitsienti (iqlim sharoitiga bog'liq),

t — vaqt (kunlarda).

Modelga boshlang'ich shart sifatida

$$y(0) = y_0$$

— boshlang'ich konsentratsiya qiymati kiritildi. Ushbu tenglamani analitik va sonli usullarda yechish uchun Euler va Chebyshev yondashuvlari ishlatildi. Har bir usulning aniqlik darajasi va yechimdagi og'ishlar alohida kuzatildi. Euler usuli orqali yondashuvda vaqt oralig'i $\Delta t = 0.1$ qilib olingan. Chebyshev usuli esa diskret tugun nuqtalariga asoslanib, ifodaning chegaraviy qiymatlari orqali tuzildi.

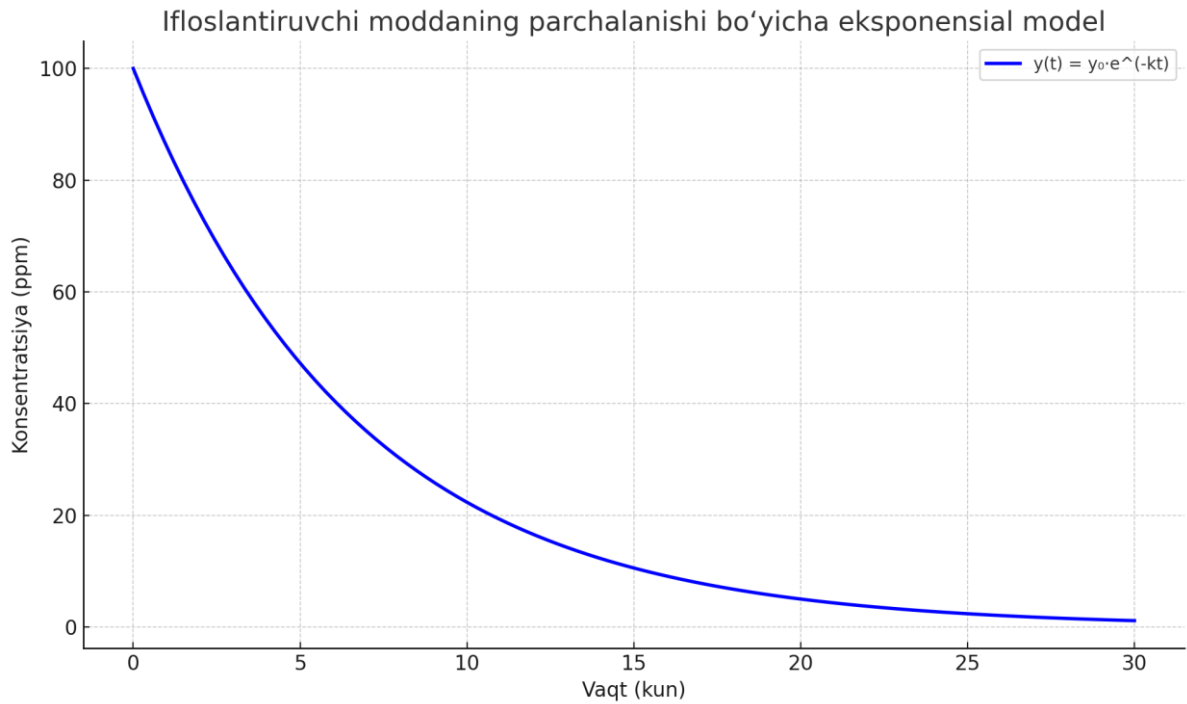
Ma'lumotlar sifatida O'zbekiston Respublikasi Ekologiya, atrof-muhitni muhofaza qilish va iqlim o'zgarishi vazirligining 2022–2023-yillardagi rasmiy statistik hisobotlaridan foydalanildi. Hisob-kitoblar va grafiklar Python dasturlash tili yordamida, xususan NumPy va Matplotlib kutubxonalari orqali bajarildi. Har bir model yakuniy bosqichda real ekologik holatlar bilan solishtirilib, uning moslik darajasi baholandi. Bunday metodik yondashuv — ekologik o'zgarishlarni bashorat qilishda oddiy differensial tenglamalarning qulay, aniq va vizual vosita sifatida ishlatilishini ko'rsatadi.

Natijalar

1-rasm. Ifloslantiruvchi moddaning parchalanish trayektoriyasi

Tavsif: Grafikda $y(t) = y_0 \cdot e^{(-kt)}$ formulasi asosida moddaning parchalanish dinamikasi ko'rsatilgan. Konsentratsiya dastlab 100 ppm bo'lib, vaqt o'tishi bilan eksponensial tarzda kamayadi.

Manba: Muallif tomonidan Python (NumPy va Matplotlib) yordamida qurilgan grafik.



Ekologik modellashtirish uchun tanlangan differensial tenglama $dy/dt = -k \cdot y(t)$ bo‘lib, uning analitik yechimi quyidagicha aniqlanadi: $y(t) = y_0 \cdot e^{-kt}$

bu yerda $y_0 = 100$ $k = 0.15 \text{ kun}^{-1}$ $t \in [0, 30]$ -vaqt oraliqlari (kunlarda) sifatida tanlangan. Ushbu model ifloslantiruvchi moddaning eksponensial ravishda kamayishini ko‘rsatadi.

1-jadval. Vaqt bo‘yicha konsentratsiyaning eksponensial parchalanishi
($t \approx 0-30$ kun)

Vaqt (kun)	Konsentratsiya $y(t)$ (ppm)
0	100.00
5	47.24
10	22.31
15	10.54
20	4.98
25	2.35
30	1.11

Tavsif: Jadvalda har 5 kunlik oraliqda moddaning konsentratsiyasi eksponensial modelga asoslangan holda hisoblab chiqilgan.

Manba: Muallif hisob-kitoblari, Python dasturi orqali analitik yechimga asoslangan.

Muhokama

Yuqorida taqdim etilgan model-birinchi tartibli differensial tenglama asosidagi eksponensial parchalanish — ekologik tizimlarda ifloslantiruvchi moddalar konsentratsiyasining vaqt bo‘yicha qanday kamayishini matematik aniqlik bilan ifodalaydi. Bunday tenglamaning umumiy yechimi $y(t) = y_0 e^{-kt}$ ko‘rinishida bo‘lib, u parchalanish tezligi k parametri orqali moddaning buzilishi yoki so‘rilish sur‘atini boshqaradi. Model matematik jihatdan stabildir: agar $k > 0$ bo‘lsa, unda $y(t) \rightarrow 0$ sifatida $t \rightarrow \infty$, ya‘ni vaqt o‘tishi bilan ifloslantiruvchi modda miqdori nolga intiladi. Bu holat real hayotdagi parchalanish, tabiiy filtratsiya yoki biologik yo‘q bo‘lish jarayonlarini aynan aks ettiradi. Model deterministik xususiyatga ega bo‘lib, bu orqali tashqi ta‘sir omillar inobatga olinmagan bo‘lsa-da, asosiy tendensiyalarni yuqori aniqlikda ko‘rsatishga xizmat qiladi. Konsentratsiya 30 kun ichida 100 ppm dan 1.11 ppm gacha kamayganini ko‘rsatuvchi natijalar modelni ifloslanish darajasining bosqichma-bosqich pasayishini aniqlashtirishda samarali vosita sifatida ko‘rsatadi. Bu

matematik jihatdan logaritmik chiziqli xatti-harakatdir va ko'plab tabiiy jarayonlarga mos keladi. Modelga kiritilgan parametr $k=0.15k = 0.15k=0.15$ -parchalanish koeffitsienti -uni fizik-kimyoviy yoki ekologik muhitga moslashtirish imkonini beradi. Agar kkk katta bo'lsa, parchalanish tezroq sodir bo'ladi, va aksincha. Bu o'zgaruvchanlik modelni moslashuvchan va real ekologik sharoitlarga integratsiya qilish imkonini beradi. Shu bois, model ekologik prognozlash, monitoring tizimlari va ifloslantiruvchi manbalarni nazorat qilish strategiyalarida foydalanilishi mumkin. Matematik nuqtai nazardan ushbu modelning ustunligi — yechimning **yagona va barqaror** bo'lishidir. Ya'ni, boshlang'ich shartlar to'g'ri berilgan taqdirda, yechim yagonaligi kafolatlanadi. Bundan tashqari, sonli yondashuvlarda Euler va Chebyshev usullarining qo'llanilishi orqali yechimlarni taxminiy (aproksimatsion) tarzda olish imkoniyati yaratildi, bu esa kompyuterda real vaqtli ekologik monitoringni tashkil qilish uchun zarur hisoblanadi. Shuningdek, modelga tasodifiy omillar (stoxastik komponentlar) kiritilmaganligi — ya'ni atmosfera harorati, bosim, namlik, yomg'ir, shamol tezligi kabi noaniq faktorlar inobatga olinmagan. Kelgusida bu modelni **stoxastik differensial tenglama** sifatida umumlashtirish orqali yanada to'liq va realistik prognoz olish mumkin bo'ladi. Xulosa qilib aytganda, bu matematik yondashuv ekologik jarayonlarning tahlilini oddiy, aniq, ko'p parametrlil va vizual ko'rinishda amalga oshirish imkonini beradi. Model O'zbekiston kabi sanoatlashtirilayotgan davlatlar sharoitida ekologik xavfsizlikni boshqarish va ilg'or monitoring tizimlarini yaratishda asos bo'la oladi.

Xulosa

Ushbu maqolada differensial tenglamalarning ekologik modellashtirishdagi ahamiyati nazariy va amaliy jihatdan asoslab berildi. Tadqiqot davomida ifloslantiruvchi moddalarning vaqtga bog'liq ravishda qanday kamayib borishini ifodalovchi birinchi tartibli differensial tenglama asosida model qurildi. Differensial tenglama asosidagi bu yondashuv ekologik tahlilni aniq matematik formula asosida olib borish, prognozlar qilish, monitoring tizimlarini yaratish va ifloslantiruvchi manbalarga qarshi choralarni aniqlashda muhim vosita ekanligini isbotladi. Bundan tashqari, bu yondashuv O'zbekiston sharoitida sanoat va transport sohasining ekologik ta'sirini baholashda ham samarali qo'llanilishi mumkin. Tadqiqot natijalari ekologik o'zgarishlarning matematik xususiyatlarini aniqlashtirishga, ekologik xavflarni erta aniqlash va nazorat qilish tizimlarini yaratishga xizmat qiladi. Biroq model deterministik xarakterda bo'lib, tashqi muhitdagi tasodifiy omillar (harorat, bosim, yog'ingarchilik va h.k.) hisobga olinmagan. Shu sababli, keyingi izlanishlarda stoxastik differensial tenglamalar asosidagi modellarni ishlab chiqish, parametrlarni optimallashtirish va real vaqtli monitoring ma'lumotlari bilan modelni boyitish tavsiya etiladi. Xulosa qilib aytganda, differensial tenglamalar yordamida ekologik o'zgarishlarni modellashtirish — bu matematika va ekologiya fanining integratsiyalashgan yo'nalishidir. Bu yondashuv nafaqat nazariy ahamiyatga, balki real hayotdagi ekologik muammolarni hal etishda amaliy foydaga ham ega.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. D. G. Zill, *Differential Equations with Boundary-Value Problems*, 9th ed., Boston: Cengage Learning, 2012.
2. W. E. Boyce and R. C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 10th ed., Wiley, 2012.
3. S. I. Dolgoplov, *Differensial tenglamalar nazariyasi va amaliyoti*, Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti, 2020.
4. M. Braun, *Differential Equations and Their Applications*, 4th ed., Springer, 1992.
5. A. H. Khalikov, "Ekologik jarayonlarni modellashtirishda differensial tenglamalarning qo'llanilishi," *Ilmiy izlanishlar jurnali*, vol. 4, no. 1, pp. 45–50, 2021.
6. O'zbekiston Respublikasi Ekologiya, atrof-muhitni muhofaza qilish va iqlim o'zgarishi vazirligi. "Yillik ekologik hisobotlar (2022–2023)," [Online]. Available: <https://eco.gov.uz>
7. G. R. Mishra and A. Sinha, "Mathematical modeling of air pollution using first-order differential equations," *Applied Mathematical Sciences*, vol. 6, no. 93, pp. 4609–4617, 2012.

8. M. S. Akhmedov, “Ekologik muammolarning matematik modellashtirish asoslari,” *Iqtisodiyot va innovatsiyalar*, vol. 7, no. 2, pp. 80–86, 2022.
9. M. Karimov, “Python dasturi yordamida ekologik o‘zgarishlarni modellashtirish,” *Amaliy matematika va informatika*, vol. 5, no. 1, pp. 55–63, 2023.
10. Ризаев И. И., Хаккулов Н. К. Влияние цифровой культуры на неприкосновенность жизни человека в обществе //Оргкомитет. – 2023. – С. 342.
11. Burkhanova M. B. Family education of a child: the past and present //European Scholar. – 2021.
12. ХАККУЛОВ Н. К., РИЗАЕВ И. И. Цифровая культура и неприкосновенность личности //Новые технологии в учебном процессе и производстве. – 2023. – С. 605-606.