

## TASODIFIY YURISH. VAYRON BO‘LISH EHTIMOLI VA TANGALAR ULOQTIRISH O‘YIN PAYTIDAGI O‘RTACHA DAVOMIYLIK

**Sobirov Usmon Matyakubovich**

*Urganch davlat universiteti “Matematik tahlil” kafedrasida katta o‘qituvchisi*

**Olimboyev To‘lqin G‘ayrat o‘g‘li**

*Urganch davlat universiteti “Matematik tahlil” kafedrasida o‘qituvchisi*

**Iskandarov Sarvar Baltabayevich**

*Urganch davlat universiteti “Matematik tahlil” kafedrasida o‘qituvchisi*

### **Annotatsiya:**

Ushbu maqolada Bernulli sxemasida qo‘llaniladigan masalalarni ko‘rib chiqdik. Tasodifiy yurishlar vayron bo‘lish ehtimoli tangalarni o‘yin paytidagi o‘rtacha davomiyligi. Bernulli tasodifiy miqdorlar  $\xi_1, \xi_2, \dots$  uchun, balki anchagina umumiy tabiatga ega bo‘lgan miqdorlar uchun xam o‘rinlidir. Shu ma‘noda Bernulli sxemasi oddiy model bo‘lib, misolda ko‘plab ehtimoliy qoniniyatlar keltirilgan va yetarlicha umumiy modellar uchun xam xosdir.

**Kalit so‘zlar:** *tasodifiy miqdor, sxemasi, model*

O‘z o‘zidan tushunarliki, o‘tkazilayotgan tajribaning natijalari (elementar hodisalar) eng kamida 2 ta bo‘lishi kerak. Tajriba bilan bog‘liq elementar hodisalar soni 2 ga teng bo‘lgan holni Bernulli sxemasi deb atashadi. Bu sxema uchun har bir tajriba natijasida biror A hodisaning ro‘y berishi yoki ro‘y bermasligi kuzatiladi, deb tushunish mumkin. Agar A hodisa ro‘y bersa, shartli ravishda “yutuq”, ro‘y bermasa “yutqiziq” deb hisoblab, “yutuq” qa 1 ni, “yutqiziq” qa 0 mos qo‘ygan bo‘laylik. Bu holda bosh to‘plam 2 ta  $0, 1$  elementlardan iborat deb, undan qaytariladigan sxema bo‘yicha hajmi n ga teng bo‘lgan tanlanma olsak, bu tanlanmalar soni  $2^n$  ga teng bo‘ladi. Endi p ni  $[0, 1]$  oralig‘idagi ixtiyoriy son deb hisoblab, hamma tanlanmalar

$$\Omega = \xi : \xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n), \xi_i = 1 \text{ yoki } 0$$

to‘plamida  $p(\xi)$  funksiyani quyidagicha aniqlaymiz: agar  $\xi$  tanlanmada  $k$   $\xi$  ta 1 bo‘lsa,  
 $p(\xi) = p^{k(\xi)}(1 - p)^{n - k(\xi)}$ .

Aniqlangan  $p(\omega)$  funksiya ehtimollik taqsimotini berishi uchun

$$P(\Omega) = \sum_{\xi \in \Omega} p(\xi) = 1$$

ekanligini isbot etish kerak bo'ladi.

Oson tushunish mumkinki,  $k$  ta 1 larni  $n$  joyga  $C_n^k$  usul bilan joylashtirish mumkin. Demak,  $k$  ta elementlari 1 ga teng bo'lgan tanlanmalar soni ham  $C_n^k$  ga teng, ya'ni

$$P(\Omega) = \sum_{\xi \in \Omega} p(\xi) = \sum_{k=0}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = [p + (1-p)]^n = 1$$

<sup>1</sup>Bernulli sxemasi uchun keltirilgan oxirgi teoremlarning qiymati  $S_n = k$  и  $A < S_n \leq B$  . ehtimollarni hisoblash uchun qulay formulalarni berish bilan chegaralanib bu teoremlarning roli shundan iboratki, ular universal xarakterga ega, ya'ni nafaqat ikki qiymatga ega

bo'lgan erkli Bernulli tasodifiy miqdorlar  $\xi_1, \xi_2, \dots$  uchun, balki anchagina umumiy tabiatga ega bo'lgan miqdorlar uchun xam o'rinalidir. Shu ma'noda Bernulli sxemasi oddiy model bo'lib, misolda ko'plab ehtimoliy qoniniyatlar keltirilgan va yetarlicha umumiy modellar uchun xam xosdir. Shu va keyingi paragraflarda bazida kutilmagan xarakterga ega bo'lgan qator ehtimoliy qonuniyatlar ko'rib chiqiladi. Ko'p xulosalar umumiy ko'rinishdagi sarsonliklar uchun o'rinni bo'lsa ham, barcha ko'rilganlar Bernulli sxemasi orqali tavsiflangan sarsonliklar(chalg'ishlar) uchun qaytadan olib boriladi.

Ushbu bo'limda biz simmetrik tasodifiy yurushni ko'rib chiqamiz.

1. Quyidagi formulalar to'g'ri ekanligini ko'rsating:

$$ES_{\tau_n^x}^x + (p - q)E\tau_n^x$$

$$E \left[ S_{\tau_n^x}^x - \tau_n^x E\xi_1 \right]^2 = D\xi_1 \cdot EJ_n^x + x^2$$

**Yechim.** Ta'rifga ko'ra  $\tau_k^x = \min 0 \leq l \leq k : S_l^x = A$  va  $B$  . bizda mavjud

$$\tau_n^x = \min 0 \leq l \leq n : S_l^x = A \text{ yoki } B =$$

$$= \min 0 \leq l \leq n : S_l = A - x \text{ yoki } B - x$$

Oxirgi ifodani  $\tau_n^x$  bilan belgilaymiz; agar  $A - x < S_l < B - x$  har qanday  $l$  uchun,  $0 \leq l \leq n$ , keyin biz  $\tau_n^x = n$  qo'yamiz. Keyin  $\tau_n^x$  chegaralar bilan nol qoldiradigan tasodifiy yurish uchun to'xtash momenti

$$A - x \leq 0 \text{ va } B - x \geq 0$$

<sup>1</sup> [1] А. Н. Ширяев. Вероятность–1. Вероятность: В 2-х кн. – 4-е изд., переработ. и доп.–М.:МЦНМО, 2007.

[3] Боровков А.А. Теория вероятностей, Москва, «Эдиториал-УРСС», 1999г.

<sup>2</sup> [1] А. Н. Ширяев. Вероятность–1. Вероятность: В 2-х кн. – 4-е изд., переработ. и доп.–М.:МЦНМО, 2007.

[6] А.В. Прохоров, В.Г. Ушаков, Н.Г. Ушаков. Задачи по теории вероятностей. М. «Наука», 1986.

$S_{\tau_0} = p - q \tau_n$  formula tufayli bizda mavjud.

$$ES_{\tau_n} = (p - q)E_{\tau_n}$$

ta'rifi tufayli  $S_{\tau_n}^x$  va g'alaba  $\tau_n' = \tau_n^x$  bizda bor.

$$ES_{\tau_n}^x = E(x + S_{\tau_n}^x) = x + ES_{\tau_n} = x + (p - q)E\tau_n' = x + (p - q)E\tau_n^x$$

xuddi shunday

$$E\left[S_{\tau_n}^x - \tau_n^x E\xi_1\right]^2 = E\left[x + (S_{\tau_n}^x - \tau_n^x E\xi_1)\right]^2 = x^2 + 2xE(S_{\tau_n}^x - \tau_n^x E\xi_1) + E(S_{\tau_n}^x - \tau_n^x E\xi_1)^2.$$

Masalalarning birinchi ifodasi tufayli ikkinchi had nolga teng va (34) formulaga ko'ra biz

$$E(S_{\tau_n}^x - \tau_n^x E\xi_1)^2 = D\xi_1 E\tau_n' = D\xi_1 E\tau_n^x$$

2.  $A \downarrow -\infty$  bo'lganda  $\alpha(x), \beta(x)$  va  $m(x)$  qiymatlari nimaga moyilligi haqidagi savolni o'rganing.

**Yechim.**  $p, q, A, B$  va  $x$  (biz bu masalani yechishda quyidagi formulalardan

$$\beta x = \frac{q/p^x - q/p^A}{q/p^B - q/p^A} \quad (1^*),$$

$$\beta x = \frac{q/p^B - q/p^x}{q/p^B - q/p^A}, \quad A \leq x \leq B. \quad (1^{**})$$

va

$$m x = \frac{1}{p - q} [B\beta x + A\alpha x - x] \quad (2^*)$$

foydalanamiz).  $\alpha(x), \beta(x)$  va  $m(x)$  uchun ifodalardan foydalanib va  $0 < y < 1$  uchun

$\lim_{A \rightarrow -\infty} y^A = \infty$  ekanligi va  $y > 1$  uchun  $\lim_{A \rightarrow -\infty} y^A = 0$ , deb olamiz.

$$\lim_{A \rightarrow -\infty} \alpha(x) = \lim_{A \rightarrow -\infty} \begin{cases} \frac{(q/p)^B - (q/p)^x}{(q/p)^B - (q/p)^A}, p \neq q \\ \frac{B - x}{B - A}, p = q \end{cases} = \begin{cases} 0, p \geq q \\ \frac{(q/p)^B - (q/p)^x}{(q/p)^B}, p < q \end{cases}$$

<sup>3</sup> [1] A. Н. Ширяев. Вероятность–1. Вероятность: В 2-х кн. – 4-е изд., переработ. и доп.–М.:МЦНМО, 2007. ((1\*), (1\*\*) va (2\*) formulalar)  
 [8] Н. Ш. Крамер. Теория вероятностей и математическая статистика. 2-е издание. Москва, “ЮНИТИ”, 2004 г.

$$\lim_{A \rightarrow -\infty} \beta(x) = \lim_{A \rightarrow -\infty} \begin{cases} \frac{(q/p)^x - (q/p)^A}{(q/p)^B - (q/p)^A}, p \neq q \\ \frac{x - A}{B - A}, p = q \end{cases} = \begin{cases} 1, p \geq q \\ (q/p)^{x-B}, p < q, \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} m(x) = \lim_{A \rightarrow -\infty} \begin{cases} \frac{1}{p - q} (B\beta(x) + A\alpha(x) - x), p \neq q \\ B - x \quad x - A, p = q \end{cases} = \begin{cases} \frac{B - x}{p - q}, p > q, \\ \infty, p \leq q. \end{cases}$$

3. Bernulli sxemasida  $p = y = \frac{1}{2}$  bo'lsin. Bu yerda ko'rsatish kerakki

$$E|S_n| \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}n} \quad n \rightarrow \infty \quad (*)$$

**Yechim.** Keling,  $n > 0$  uchun quyidagi formulaga mos kelishiga ishonch hosil qilaylik. ("Tanaka formulasining diskret versiyasi")

$$|S_n| = \sum_{k=1}^n \text{sign}(S_{k-1}) \Delta S_k + N_n \quad (**)$$

Bunda  $S_0 = 0$ ,  $S_k = \xi_1 + \dots + \xi_k$ ,  $\Delta S_k = \xi_k$ ,

$$\text{sign}x = \begin{cases} 1; x > 0 \\ 0; x = 0 \\ -1; x < 0 \end{cases}$$

va  $N_n = \# \{0 \leq k \leq n - 1; S_k = 0\}$  -ularning soni  $k, 0 \leq k \leq n - 1$ , buning uchun  $S_k = 0$ . Bizda

$$|S_n| = \begin{cases} S_n, S_{n-1} = 0 \\ 1; S_{n-1} = 0 \\ -S_n, S_{n-1} \leq 0 \end{cases}$$

bor. Ya'ni  $|S_n| = |S_{n-1}| + \text{sign}(S_{n-1}) \Delta S_n + I_{S_{n-1}=0}$

$|S_1| = 1$  bo'lgani uchun, matematik induksiya usulidan foydalanib, biz kerakli tenglikni

olamiz (\*\*\*)  $\text{sign}(S_{k-1})$  va  $\Delta S_k$  mustaqil  $E \Delta S_k = 0$  bo'lgani uchun (\*\*)

Formuladan biz buni olamiz.

$$E|S_n| = EN_n = E \sum_{k=0}^{n-1} I(S_k = 0) = \sum_{k=0}^{n-1} P(S_k = 0) \quad (***)$$

Bundan tashqari,  $P(S_{2k} = 0) = 2^{-2k} C_{2k}^k$  va  $P(S_{2k-1} = 0) = 0$ , ya'ni (\*\*\*) formuladann shunday xulosa chiqadi.

$$EN_n = \sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2 \rfloor} 2^{-2k} C_{2k}^k,$$

Bu yerda  $\lfloor x \rfloor - x \in R$  sonning butun qismi. Formulani (\*) olish uchun Stirling formulasini qo'llash qoladi:

$$\sum_{k < n/2} 2^{-2k} C_{2k}^k \sim \sum_{k < n/2} \frac{1}{\sqrt{\pi k}} \sim \int_1^{\frac{n}{2}} \frac{dx}{\sqrt{\pi x}} \sim \sqrt{\frac{2n}{\pi}}$$

4. Ikki o'yinchi mustaqil ravishda (har biri o'z) simmetriya tangalarni tashlaydi. n ta tasdiqdan

keyin ularning bir xil sonli gerbga ega bo'lish ehtimoli  $2^{-2n} \sum_{k=0}^n (C_n^k)^2$  ekanligini ko'rsating.

Bu yerda tenglikni oling.

$$\sum_{k=0}^n (C_n^k)^2 = C_{2n}^n$$

Bir o'yinchining ehtimolliklar soni boshqasining ehtimolliklari soniga to'g'ri keladigan birinchi daqiqa  $\sigma_n$  bo'lsin. (n ta otishlar amalga oshiriladi, agar ko'rsatilgan moment mavjud bo'lmasa  $\sigma_n = n + 1$ ).  $P \sigma_n = k$ ,  $1 \leq k \leq n + 1$  ehtimolliklarini va  $E \min(\sigma_n, n)$  matematik taxminlarni toping.

**Yechim.** Agar  $k = 1, 2$  raqamiga ega bo'lgan o'yinchi i-chi bosqichda gerb (yoki hash belgisi) olgan bo'lsa,  $\xi_i^{(k)} = 1$  (yoki-1) bo'lsin. Keyin  $P\{n\text{-ta otishdan keyin o'yinchilar tomonidan tashlab emblemalar soni bir xil}\}$

$$P \left\{ \sum_{i=1}^n \xi_i^{(1)} = \sum_{i=1}^n \xi_i^{(2)} \right\} = \sum_{j=0}^n P \left\{ \sum_{i=1}^n \xi_i^{(1)} = 2j - n \right\} = \sum_{j=0}^n 2^{-2n} (C_n^j)^2$$

va

$$P \left\{ \sum_{i=1}^n \xi_i^{(1)} = \sum_{i=1}^n \xi_i^{(2)} \right\} = P \left\{ \sum_{i=1}^{2n} \eta_i = 0 \right\} = 2^{-2n} C_{2n}^n$$

bunda

$$\eta_1 = \xi_1^{(1)}, \eta_2 = -\xi_1^{(2)}, \eta_3 = \xi_2^{(1)}, \eta_4 = \xi_2^{(2)}, \dots$$

$$S_k := \sum_{i=1}^k \eta_i, \quad k = 1, \dots, 2n \text{ belgilaylik. Unda}$$

$$P \sigma_n = k = P S_{2k} = 0, S_{2i} \neq 0, i = 1, \dots, k - 1, \quad k = 1, \dots, n \quad (*)$$

G'alati qadamlarda yurish va nolga chiqq olmasligi sababli (\*) simmetrik tasodifiy yurishning 2 qadamida birinchi marta nolga qaytish ehtimoli, shuning uchun

$$A_k^x = \sum_{0 \leq l \leq k} w : \tau_k^x =, S_l^x = A ,$$

$$B_k^x = \sum_{0 \leq l \leq k} w : \tau_k^x =, S_l^x = B .$$

formulaga ko'ra B1.I.10 bizda mavjud.[[1]. 110-120 b]

$$P \sigma_n = k = \frac{1}{2^{2k-2} 2k} C_{2k-1}^{k-1}$$

$\sigma_n = n + 1$  bo'lganda, yurish va hech qachon  nolga qaytmaydi, ya'ni

$$P \sigma_n = n + 1 = P S_1 \neq 0, \dots, S_{2n} \neq 0 = 2^{-2n} C_{2n}^n$$

$$\min(\sigma_n, n) = \sum_{k=1}^n k \frac{1}{2^{2k-2} 2k} C_{2k-1}^{k-1} + n \cdot 2^{-2n} C_{2n}^n = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} 2^{-2k} C_{2k}^k + n \cdot 2^{-2n} C_{2n}^n$$

masalaning shartiga ko'ra, yozish mumkin.

$$E \min(\sigma_n, n) = E |S_{2n}| + n \cdot 2^{-2n} C_{2n}^n$$

5.  $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_N$ -Bernulli cheksiz tasodifiy miqdorlar,

$$P \xi_i = 1 = P \xi_i = -1 = \frac{1}{2}, S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n \text{ va } X_n = \xi_0 (-1)^{S_n}$$

diskret telegraf signali,  $1 \leq n \leq N$  bo'lsin. Miqdorlarning o'rtacha va dispersiyasini toping

$X_n$  Shuningdek shartli taqsimotlarni toping

$$P X_n = 1 | \xi_0 = 1, i = \pm 1 \quad 1 \leq n \leq N$$

**Yechim.** Tasodifiy o'zgaruvchilar  $\xi_0$  va  $(-1)^{S_n}$  mustaqil va  $E \xi_0 = 0$  bo'lgani uchun biz buni olamiz.

$$EX_n = E(\xi_0 (-1)^{S_n}) = E \xi_0 E(-1)^{S_n} = 0$$

chunki  $X_n^2 \equiv 1$ , bizda mavjud.

$$DX_n = EX_n^2 - (EX_n)^2 = 1$$

e'tibor bering,  $(-1)^{S_n} \equiv (-1)^n$ , shuning uchun

$$P X_n = 1 | \xi_0 = 1 = P (-1)^n = 1 | \xi_0 = 1 = \begin{cases} 1, n - juft, \\ 0, n - toq; \end{cases}$$

$$P X_n = 1 | \xi_0 = -1 = P (-1)^n = -1 | \xi_0 = -1 = \begin{cases} 0, n - juft, \\ 1, n - toq; \end{cases}$$

$\xi_1, \dots, \xi_N$ -Bernulli bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar bo'lsin,  $P \xi_i = 1 = p$ ,

$$P \xi_i = -1 = 1 - p, S_i = \xi_1 + \dots + \xi_i, 1 \leq i \leq N, S_0 = 0$$

$R_N$  - bo'lsin, ya'ni yurish orqali tashrif buyurgan turli nuqtalar soni  $S_0, S_1, \dots, S_n$   $ER_N$  ni toping.  $R_N$  ko'rinishdagi miqdori uchun katta sonlar qonuni  $P$  ning qaysi qiymatlarida amal qilishini aniqlang.

$$P \left\{ \left| \frac{R_N}{N} - C \right| > \varepsilon \right\} \rightarrow 0$$

$$N \rightarrow \infty$$

Bunda  $\varepsilon > 0$  va  $c$  - ba'zi doimiy

**Yechim.** Keling,  $R_N$  ni quyidagi shaklda tasavvur qilaylik;

$$R_N = 1 + I(S_1 \neq 0) + I(S_2 \neq 0, S_1 \neq 0) + \\ + I(S_N \neq 0, S_N \neq S_1, \dots, S_N \neq S_{N-1})$$

$$V_n^N = \sum_{k=0}^{n-1} \xi_{N-k}$$

deb belgilaylik, unda

$$R_N = 1 + I(V_1^1 \neq 0) + I(V_1^2 \neq 0, V_2^2 \neq 0) + \dots + I(V_1^N \neq 0, \dots, V_N^N \neq 0)$$

ekanligi kelib chiqadi. Chunki,

$$P V_1^i \neq 0, \dots, V_i^i \neq 0 = P S_1 \neq 0, \dots, S_i \neq 0 \quad i = 1, \dots, N$$

buni olamiz.

$$ER_n = 1 + \sum_{k=1}^N P S_1 \neq 0, \dots, S_k \neq 0$$

E'tibor bering,  $S_k$  g'alat qadamlarda yo'qolmaydi, shuning uchun,

$$ER_N = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor N/2 \rfloor} P S_2 \neq 0, \dots, S_{2k} \neq 0$$

<sup>4</sup>Simmetrik tasodifiy yurish uchun 1.5.8 va 1.9.3 muammolari tufayli bizda mavjud

$$ER_N = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor N/2 \rfloor} 2^{-2k} C_{2k}^k \sim \sqrt{\frac{2N}{\pi}}$$

$$\frac{R_N}{N} \rightarrow P S_n \neq 0, n \geq 0$$

6.  $\xi_1, \dots, \xi_N$  - bir xil taqsimlangan tasodifiy o'zgaruvchilar bo'lsin. (Bernulli shart emas.)

$$S_0 = 0, S_i = \xi_1 + \dots + \xi_i, \quad i = 1, \dots, N$$

Bunda,  $N_n = \sum_{k=1}^n I(S_k > 0)$   $S_0, S_1, \dots, S_n$  qatordagi muusbat hadlar soni. Quyidagi natija haqiqiy ekanligini ko'rsating. (Sporre-Anderson)

<sup>4</sup> Вероятность\_В\_2кн\_Кн\_1\_Ширяев\_2007\_552с

$$P N_n = k = P N_k = k P N_{n-k} = 0, \quad 0 \leq k \leq n$$

**Yechim.**  $B = \{S \in \mathbb{R}^n : S_i > 0, i \leq k, \text{ va } S_i \leq S_k, k < i\}$  va  $S = (S_1, \dots, S_n)$  deb

belgilaylik. Keyin mustaqillik tufayli

$$P N_k = k P N_{n-k} = 0 = P(S \in B)$$

$\pi_1, 2, \dots, n$  almashtirish orqali biz o'rnatdik.

$$S[\pi] = (S_i[\pi])_{i=0}^n \quad S_i[\pi] = \xi_\pi(1) + \dots + \xi_\pi(i)$$

bizda mavjud.

$$P N_n = k = \sum_b P(S \in A_b)$$

bu yerda  $A_b = \{S \in \mathbb{R}^n : I(S_i > 0) = b_i, i \leq n\}$ , va simmetriyalash.  $n - k$  nol va  $k$  birliklardan tashkil topgan  $b$  barcha vektorlari bo'yicha amalga oshiriladi. <sup>5</sup>E'tibor bering, agar  $S \in A_b$  bo'lsa, u holda  $S[A_b] \in B$ , bunda

$$\pi_b(i) = \begin{cases} \sum_{j \leq i} b_j, & b_i = 1 \\ k + i - \sum_{j \leq i} b_j, & b_i = 0 \end{cases}$$

demak,  $\xi_1, \dots, \xi_N$  simmetrik taqsimlanganligini hisobga olib, hosil qilamiz.

$$\sum_b P(S \in A_b) = \sum_b P(S \in A_b, S[\pi_b] \in B) = \sum_b P(S[\pi_b^{-1}] \in A; S \in B)$$

Oxirgi yig'indi  $P(S \in B)$  ga teng ekanligini ko'rsatish qoladi. Bu quyidagi holatdan kelib chiqadi:  $S \in B$ , har bir kelib chiqishi  $S[\pi_b^{-1}] \in A_b$  shartini qanoatlantiruvchi  $b$  birlik  $k$  noyob ikkilik vektorlarga mos keladi.  $b$  ni rekursiv tarzda quraylik. Bu yerda qaraymiz

$$a = (I(S_1 > 0), \dots, I(S_n > 0))$$

$S \in B$  dan  $a$  vektori kamida  $k$  ni o'z ichiga oladi. Agar  $a$  da aniq  $k$  birliklar bo'lsa, biz  $b = a$  deb olamiz. Aks holda  $(a_l, a_{l+1}, \dots, a_n) = (1, 0, \dots, 0)$  shartidan  $l$  raqamini olamiz.

$(b_l, b_{l+1}, \dots, b_n) = (1, 0, \dots, 0)$  deb olamiz. Keyinchalik, kesilgan vektorlarga o'tamiz.

$$b' = (b_1, \dots, b_{l-1})$$

va

$$a' = (I(S_1 > 0), \dots, I(S_{k-1} > 0), I(S_{k+1} > \xi_k), \dots, I(S_l > \xi_k))$$

<sup>5</sup> Вероятность\_В\_2кн\_Кн\_1\_Ширяев\_2007\_552с

$a^k$  da kamida  $k - 1$  birlik. Yuqoridagi kabi fikr yuritib, biz oxirgi komponentlarni aniqlaymiz.  $b^k$  Biz buni aniq va to'liq aniqlamagunimizcha  $b$  ni bajaramiz. Tuzilgan vektor  $b$  barcha kerakli xususiyatlarini qondiradi.(biz buni tekshirishni o'quvchiga qoldiramiz.

### **Adabiyotlar:**

1. А. Н. Ширяев. Вероятность–1. Вероятность: В 2-х кн. – 4-е изд., переработ. и доп.– М.:МЦНМО, 2007.
2. А. Н. Ширяев. Вероятность–2. Вероятность: В 2-х кн. – 4-е изд., переработ. и доп.– М.:МЦНМО, 2007.
3. Боровков А.А. Теория вероятностей, Москва, «Эдиториал-УРСС», 1999г.
4. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi. Ma'ruzalar matni. Toshkent: «Universitet», 2000.
5. Azlarov T.A., Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan Inglizcha-ruscha-o'zbekcha lug'at. Toshkent: «Universitet», 2005.
6. А.В. Прохоров, В.Г. Ушаков, Н.Г. Ушаков. Задачи по теории вероятностей. М. «Наука», 1986.
7. А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. Сборник задач по теории вероятностей. М. «Наука», 1986.
8. Н. Ш. Крамер. Теория вероятностей и математическая статистика. 2-е издание. Москва, «ЮНИТИ», 2004 г.